

Das kinematische Gesetz der Reibung

Wesen und Anwendung

Von Cz. Koziarski, Wrocław (Polen)*

Es wird eine analytische Methode dargestellt, die sich auf das kinematische Gesetz der Reibung stützt und die Bestimmung der Kopplungsparameter bei Wälzreibung ermöglicht. Das Wesen der Methode wird erläutert und die Anwendung der Bestimmung der Kopplungsparameter von Reibpaarungen am Beispiel Laufrad/Schiene und Reifen/Fahrbahn gezeigt.

1. Einführung

Als Schlupf wird die Differenz der Geschwindigkeiten im Kontakt von zwei Körpern bezeichnet. Man kann voraussetzen, daß jede von den Geschwindigkeiten eine Summe verschiedener Komponenten ist. Die Differenz der Komponenten dagegen können als Komponenten der Schlupfgeschwindigkeit betrachtet werden. Das Zerlegen der Geschwindigkeiten eines Punktes in der Kontaktzone auf Komponenten kann in Abhängigkeit von den Ursachen deren Entstehens sowie nach anderen Kriterien durchgeführt werden. Es kann z. B. ein Punkt auf der Kontaktfläche eines Reibrades neben der Verlagerung, die mit dem Abrollen verbunden ist, einer zusätzlichen Verlagerung unterliegen, die von der Verformung der Wälzkörper in der Kontaktzone verursacht wird. Die Verformungen verursachen den sogenannten elastischen Schlupf, der nicht selten über

die Richtung und sogar über den Wert der elementaren Reibungskräfte und so über Wert und Richtung der Kopplungskraft im Reibkontakt entscheidet.

2. Analytische Untersuchungsmethoden der Reibkopplung in Wälzkontakten

Ohne den elastischen Schlupf zu berücksichtigen, haben Lutz [13] und Wernitz [16] bei Punktberührung sowie Thomas [15] bei Linienberührung die Umlaufkräfte F_T und die Bohrreibungsmomente M_o ermittelt. Die Umlaufkräfte F_T , bilden zusammen mit den tangentialen Kraftkomponenten F_v , die Kraft F_s der Reibkopplung [8] (s. Bild 1).

Neben dem elastischen Schlupf wird in der Kontaktzone auch ein geometrischer Schlupf auftreten, der durch die Differenz der Umlaufgeschwindigkeiten der einzelnen Punkte der Reibräder entsteht und die Bohrreibung verursacht, dessen Geschwindigkeit gleich

der Differenz der Winkelgeschwindigkeiten der aktiven Flächen der Räder ist:

$$\omega_0 = \omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2 \dots \quad (1)$$

Bezeichnungen s. Bild 1.

Im Bild 1 wurde die Lage des Wälzpunktes C gegenüber der Mitte O der Kontaktfläche S gezeigt, wobei

$$l = \frac{v_T}{\omega_0} \dots \quad (2)$$

und die Deviation des Punktes

$$c = \frac{v_v}{\omega_0} \dots \quad (3)$$

v_T und v_v sind die Komponenten der Schlupfgeschwindigkeit des Mittelpunktes der Kontaktfläche in der Umfangsrichtung und in der Richtung der Mantellinie.

Der elastische Schlupf wird im allgemeinen im Kopplungsmechanismus von Reibrädern nicht berücksichtigt [14]. Zwar trifft sich, daß der Anteil der Energieverluste und des Verschleißes, die den elastischen Schlupf verursacht, zu den, beim geometrischen Schlupf berechneten, Werten addiert wird, ohne aber dafür eine meritorische Begründung zu geben. Eingehender wird das Problem bei den Untersuchungen der Kopplung von Laufrad/Schiene berücksichtigt.

Viel früher als die erwähnten Arbeiten, in denen die vorherrschende Bedeutung der Bohrreibung vorausgesetzt wurde, hat sich die Theorie der Kopplung von Reibrädern ohne Bohrreibung entwickelt. Beim Durchlaufen der Kontaktzone wird ein Punkt verschiedenen Pressungen unterworfen, was zum elastischen Schlupf führen wird. Diese Erscheinung wird auf der ganzen Kontaktfläche auftreten, wenn $F_T = T_N \cdot \mu$ ist, wird $F_T < F_N \cdot \mu$, so besteht auf der Kontaktfläche eine schlupffreie Zone ($v_s = 0$). Mit dem Problem haben sich Cartel, Jonson, Haines und Ollerton befaßt, die sich auf die Arbeiten von Cattaneo, Midlin und Cerrutti gestützt haben, um die qualitativen und quantitativen Zusammenhänge zwischen Belastung, Geometrie der Reibräder, und den Parametern der Reibkopplung zu bestimmen. Die Untersuchungen der genannten Autoren führten zu einer Gleichung nach der die Energieverluste P_T im Kontakt bei Punktberührung berechnet werden können.

$$P_T = P_1 \left[\frac{3\mu F_N}{a \cdot b \cdot G} \left(1 - \sqrt[3]{1 - v_T} \right) \right] \quad (4)$$

Es bedeuten: P_1 - die Eingangsleistung, G - Schubmodul, v_T - Ausnutzungsgrad der Reibkraft in der Umfangsrichtung, a und b - Halbachsen der Hertzschen Fläche.

Der Ausdruck in eckigen Klammern ist gleich dem relativen Schlupf v_T/v , wobei v die Umfangsgeschwindigkeit bedeutet.

* Dr.-Ing. Czeslaw Koziarski, Czarnieckiego 32 m. 9, PL-53-651 Wrocław

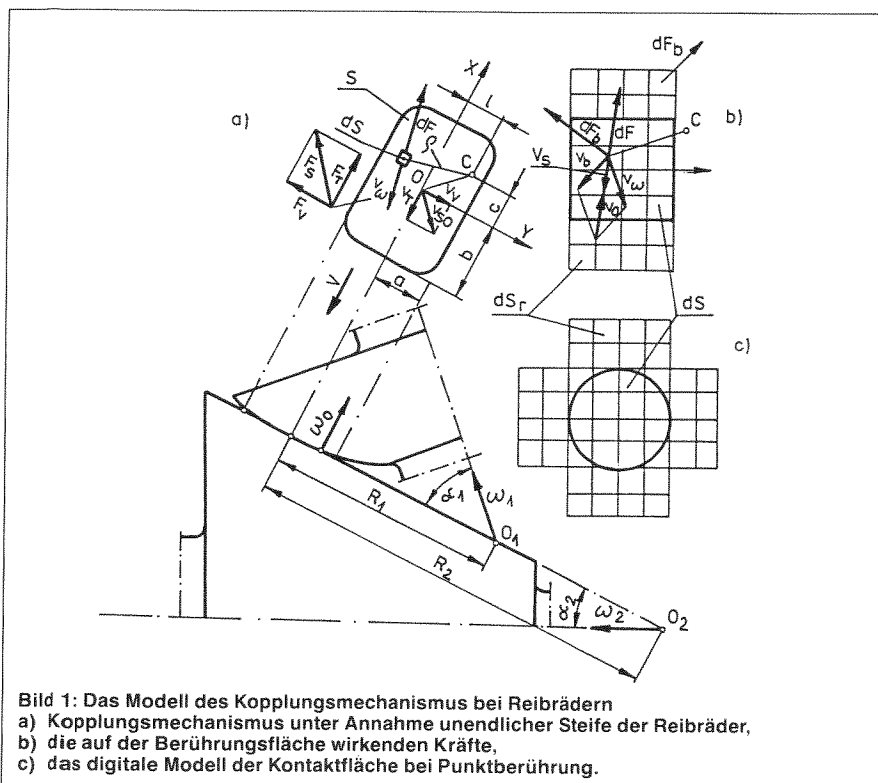
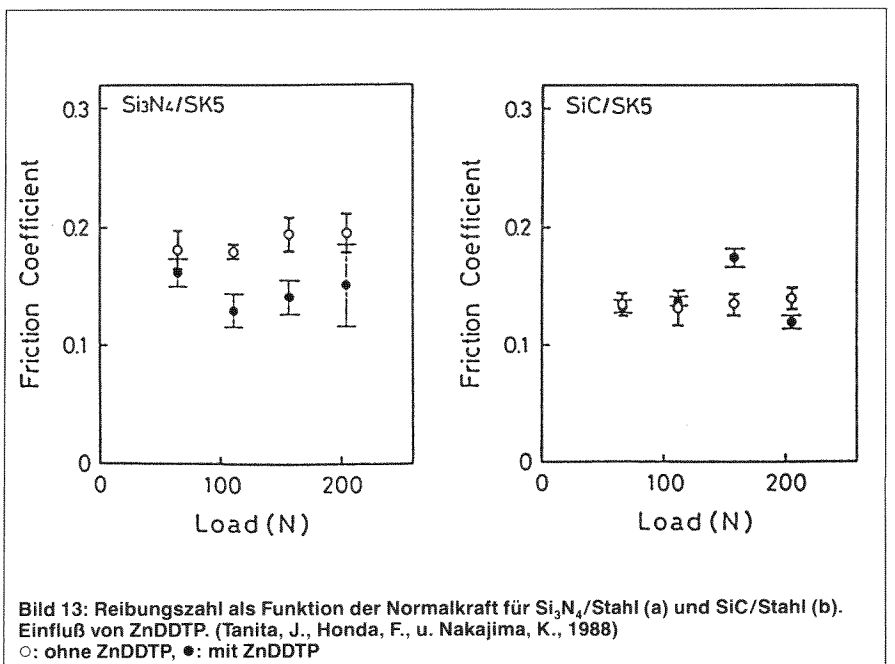
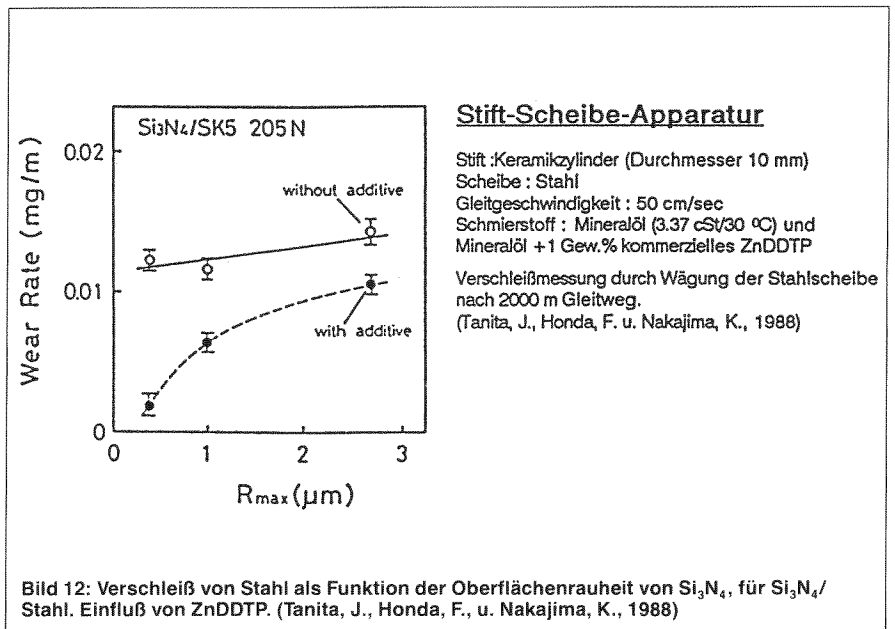
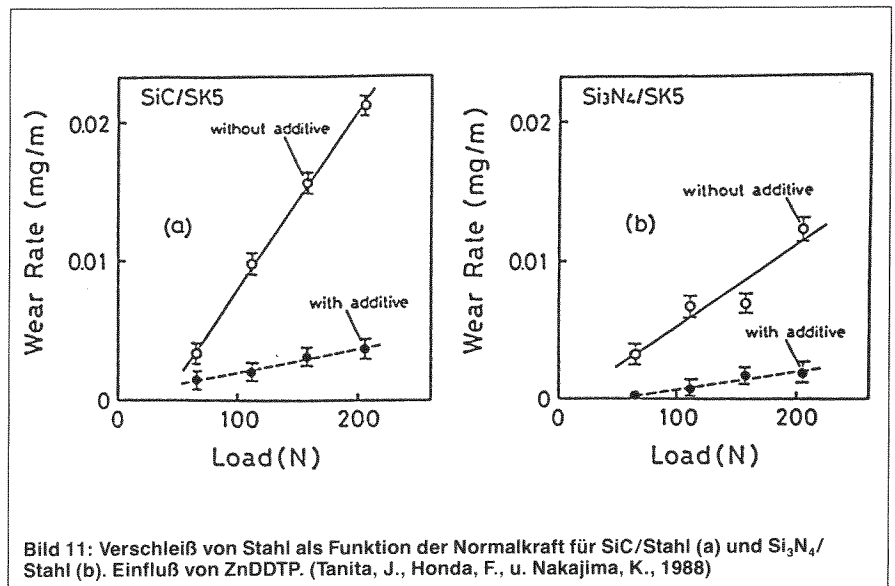


Bild 1: Das Modell des Kopplungsmechanismus bei Reibrädern
 a) Kopplungsmechanismus unter Annahme unendlicher Steife der Reibräder,
 b) die auf der Berührungsfläche wirkenden Kräfte,
 c) das digitale Modell der Kontaktfläche bei Punktberührung.

führt zunehmende Rauheit des Si_3N_4 -Stiftes zu zunehmendem Verschleiß der Stahlscheibe (Bild 12). Die Reibungszahl der untersuchten Reibpaarungen wird durch das Zinkdialkyldithiophosphat als Additiv tendenziell herabgesetzt (Bild 13).

Literatur

- [1] Glüsing, H. und Aengeneyndt, K. D.: Ingenieurkeramik im Kraftfahrzeugmotor – Neuartige Schmierstoffe für neue Werkstoffe? Tribologie + Schmierungstechnik 37 (1990), S. 132–138
- [2] Abou-Bakr, M. S.: Thermogravimetrische Untersuchungen zur Zersetzung von Zink-Dialkyl-Dithiophosphaten. Dissertation TU Clausthal, 1967
- [3] Blok, H.: Theoretical Study of Temperature Rise at Surfaces of Actual Contact under oiliness Lubricating Conditions. Institution of Mechanical Engineers, General Discussion on Lubrication and Lubricants, Vol. 2, London, 1937, S. 222–235
- [4] Blok, H.: Les températures de surface dans des conditions de graissage sous extreme pression. Proc. Second World Petroleum Congress, Vol. 3, Paris, 1937, S. 471–486
- [5] Carslaw, H. S., Jaeger J. C.: The Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press, London, 2nd ed., 1959
- [6] Kuhlmann-Wilsdorf, D.: Flash Temperatures due to Friction and Joule Heat at Asperity Contacts. Wear 105 (1985) S. 187–189
- [7] Kuhlmann-Wilsdorf, D.: Demystifying Flash Temperatures I. Analytical Expressions Based on a Simple Model. Mat. Sci. Eng. 93 (1987) S. 107–117
- [8] Kuhlmann-Wilsdorf, D.: Demystifying Flash Temperatures II. First-order Approximation for Plastic Contact Spots. Mat. Sci. Eng. 93 (1987) S. 119–133
- [9] Kuhlmann-Wilsdorf, D.: Temperatures at Interfacial Contacts Spots: Dependence on Velocity and on Role Reversal of Two Materials in Sliding Contact. J. Tribol. (Trans. ASME) 109 (1987) S. 321–329
- [10] Jaeger, J. C.: Moving Sources of Heat and Temperature at Sliding Contact. J. Proc. R. Soc. M.S.W. 76 (1942) S. 203–224
- [11] Studt, P.: Influence of lubricating oil additives on friction of ceramics under conditions of boundary lubrication. Wear 115 (1987), S. 185–191
- [12] Kipling, J. J., Wright, E. H.: The adsorption of stearic acid from solution by oxide adsorbents. J. Chem. Soc., 1964, 3535–3540
- [13] Kipling, J. J.: Adsorption from solutions of Non-electrolytes. Academic Press London, 1965
- [14] Studt, P.: Schmierungseigenschaften langkettiger organischer Verbindungen, Schmiertechnik + Tribologie 29 (1982), S. 253–255
- [15] Götter, G. H.: Einführung in die Schmierungstechnik, (1961) Band 1, S. 256, Karl Marklein-Verlag, Düsseldorf
- [16] Habeeb, J. H., Blahey, A. G. und Rogers, W. N.: Wear and lubrication of ceramics. Proc. Inst. Mech. Eng. 1987, C 132/87, S. 555–559
- [17] Gates, R. S. und Hsu, S. M.: Effect of Selected Chemical Compounds on the Lubrication of Silicon Nitride. Tribology Transactions 34 (1991), S. 417–425
- [18] Tanita, Y., Honda, F. und Nakajima, K.: Surface reactions of extreme pressure additive on steel surface in ceramic-steel couples. J. Tribol. (Trans. ASME) 110 (1988), S. 394–401



Bei Linienberührung gilt:

$$P_T = P_1 \left[b \left(1 - \sqrt[3]{1 - v_T} \right) / r_z \right] \quad (5)$$

wobei r_z der Ersatzkrümmungsradius ist.

Die zitierten Erwägungen betreffen Methoden, die als zweidimensionale Methoden bezeichnet werden. Sie ermöglichen die Berechnung der Energieverluste ohne Berücksichtigung der Bohrrreibung und des zur Mantellinie tangentialen Schlupfes v_v . Bei Reibgetrieben kann so ein Zustand nur bei konstanter Übersetzung vorkommen. In allgemein bekannten, stufenlosen Getrieben wird er im ganzen Regelbereich nur bei einer, höchstens bei zwei konkreten Übersetzungen auftreten.

Eine Erweiterung der zweidimensionalen Methoden ist die s. g. Streifenmethode, die sich auf die Voraussetzung stützt, daß für jede, senkrecht zur Radachse verlaufende Ebene eine zweidimensionale Lösung besteht, wobei die Lösungen für verschiedene Ebenen unterschiedlich sein können. Die Methode wurde von Heines und Ollerton [1] im Jahre 1964 erarbeitet auf Grundlage der elastooptischen Untersuchungen der Erscheinungen im Wälzkontakt.

Sehr aktiv haben sich an der Erweiterung der Methode Kalker und Halling beteiligt. Dank der Methode war es möglich, auf der Berührungsfläche die vorher unbekannte Lage der Bereiche mit auftretender Gleitung und ohne solche zu bestimmen. Die Bereiche ohne Reibung werden oft als Adhäsionsbereiche bezeichnet. Total versagte jedoch die Methode bei der Bestimmung der Kräfteverteilung auf der Berührungsfläche [5]. Das erste dreidimensionale Studium der Erscheinungen im Wälzkontakt haben wir Jonson (1958) zu verdanken [2, 3, 4]. Das analytisch-experimentelle Studium gibt jedoch ein verfälschtes Bild, nicht nur der Gleitungs-, aber auch der Kräfteverteilung auf der Berührungsfläche [5]. Es beinhaltet dafür sehr wertvolle Ergebnisse experimenteller Untersuchungen, die die s. g. Linientheorie von Kalker bestätigen. Kalker hat einige numerische Methoden für die Analyse der Erscheinungen im Wälzkontakt erarbeitet. Es gibt statistische Methoden, die die Trägheitskräfte nicht berücksichtigen, unterschiedliche Vereinfachungen voraussetzen, und dadurch die Rechenzeit und die Genauigkeit der erhaltenen Ergebnisse bestimmen.

Die einfachste und wahrscheinlich auch deswegen die am besten bekannte Berechnungsmethode der Komponenten der Kopplungskraft zwischen Laufrad und Schiene wird als Kalker Linientheorie bezeichnet. Sie wurde aus der Idee von de Plater (1958) abgeleitet, laut derer, der geometrische Schlupf auf der ganzen Berührungsfläche von dem elastischen Schlupf aufgehoben wird. Es würde bedeuten, daß keine Energie-

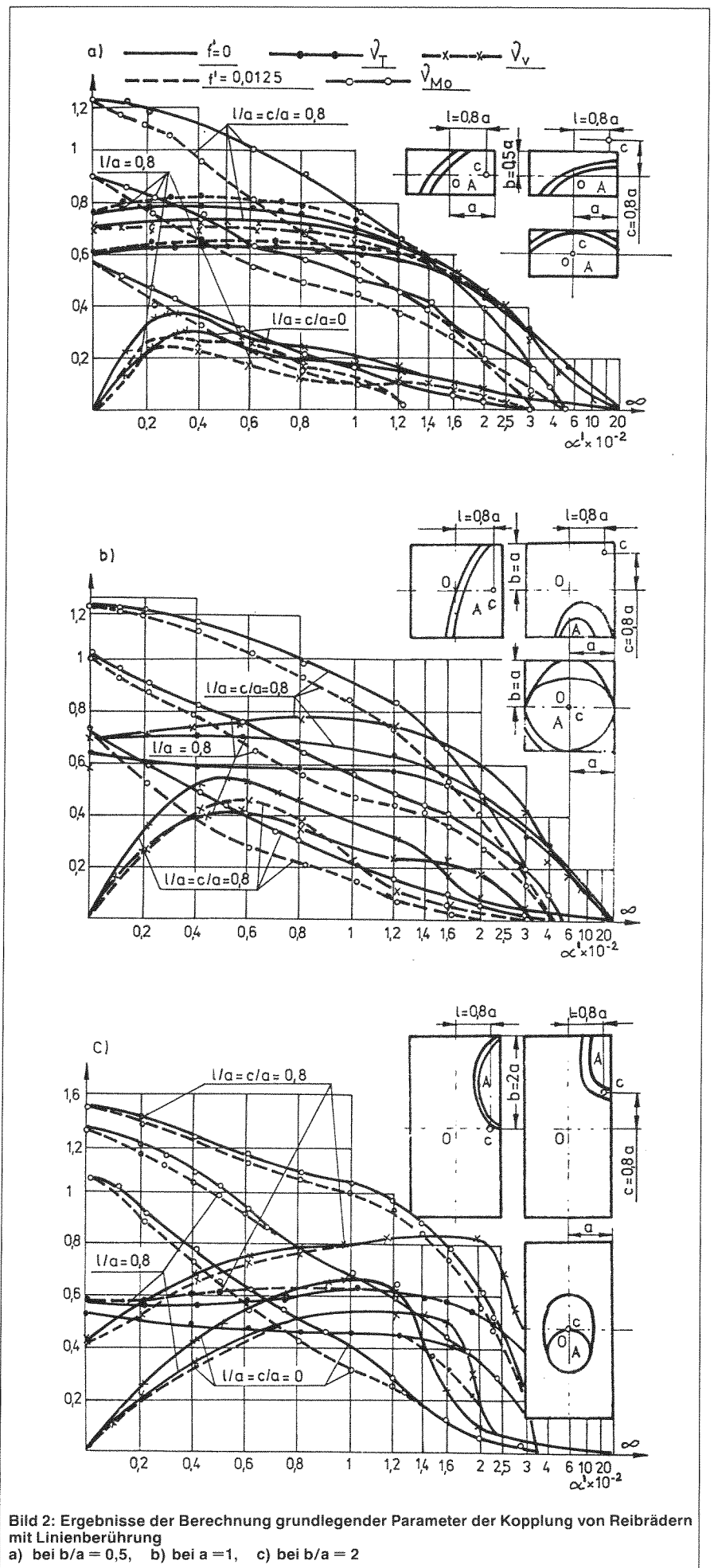


Bild 2: Ergebnisse der Berechnung grundlegender Parameter der Kopplung von Reibrädern mit Linienberührung
a) bei $b/a = 0,5$, b) bei $a = 1$, c) bei $b/a = 2$

verluste durch Gleiten des Laufrades auf der Schiene verursacht werden. Die Kraftkomponenten in der Reibkoppelung können dagegen nach der erwähn- ten Methode aus folgenden Gleichungen bestimmt werden:

$$F_T = -abGC_{11} v_T \quad (6)$$

$$F_v = -abG \left(C_{22} v_v + \sqrt{a \cdot b \cdot C_{23} \cdot \omega_0} \right)$$

C_{11}, C_{22}, C_{23} - bedeuten Koeffizienten, die von der Poissonischen Zahl und der Geometrie (a/b) der elliptischen Berührungsfäche abhängig sind.

Die Komponenten der Kopplungskraft Laufrad/Schiene sind also linear abhängig von den Komponenten der Schlupfgeschwindigkeit des Mittelpunktes der Berührungsfäche, sie sind aber dabei unabhängig voneinander. Die zur Umlaufrichtung tangentielle Komponente F_v ist außerdem von der Bohrdrehgeschnelle linear abhängig. Die Methode kann nur dann angewendet werden, wenn die Geschwindigkeit des geometrischen Schlupfes den Wert $0.001 v$ nicht überschreitet. Andere Methoden, die von Kalker, oder bei seiner Mitwirkung erarbeitet wurden, sind von solcher Einschränkung frei. Einige von den Methoden, die als unstationäre genannt sind, berücksichtigen nicht nur den elastischen Schlupf, aber auch seine von der Zeit abhängigen Änderungen [5]. Unter den in [5] zusammengestellten Methoden, ist auch die von Kalker erarbeitete, und von ihm bezeichnete als genaue Methode, vorgeführt worden. Bei dieser Methode wird vorausgesetzt, daß die Komponenten der Schlupfgeschwindigkeit im beliebigen Punkt der Berührungsfäche Laufrad/Schiene wie folgend bestimmt werden können:

$$v_s(x, y) = (v_{ox} + \omega_0 y, v_{oy} + \omega_0 x) + u'(x, y, t) = (v_{ox} + \omega_0 y, v_{oy} + \omega_0 x) - v(\partial u / \partial x + \partial u / \partial y) \quad (7)$$

wobei

$u' = \bar{u}_w \triangleq \bar{u}$, die Differenz der elastischen Verlagerungen Laufrad/Schiene in der Kontaktzone bedeutet, v_x und v_y - Komponenten des geometrischen Schlupfes sind, t - Zeit ist.

Die Komponenten der von elastischer Verformung verursachten Verlagerungen können nach Lowe bestimmt werden aus:

$$u(x, y) = \frac{1}{\pi G} \int_S \left[\left(\frac{1-v}{R} + \frac{v(x-x^*)}{R^3}, \frac{v(x-x^*)(y-y^*)}{R^3} \right) dF_x(x^*, y^*) + \left(\frac{v(x-x^*)}{R^3}, \frac{1-v}{R} + \frac{v(y-y^*)}{R^3} \right) dF_y(x^*, y^*) \right] dx \cdot dy \quad (8)$$

wo $R = \sqrt{(x-x^*)^2 + (y-y^*)^2}$ -

Abstand zwischen dem betrachteten Punkt der Berührungsfäche und dem

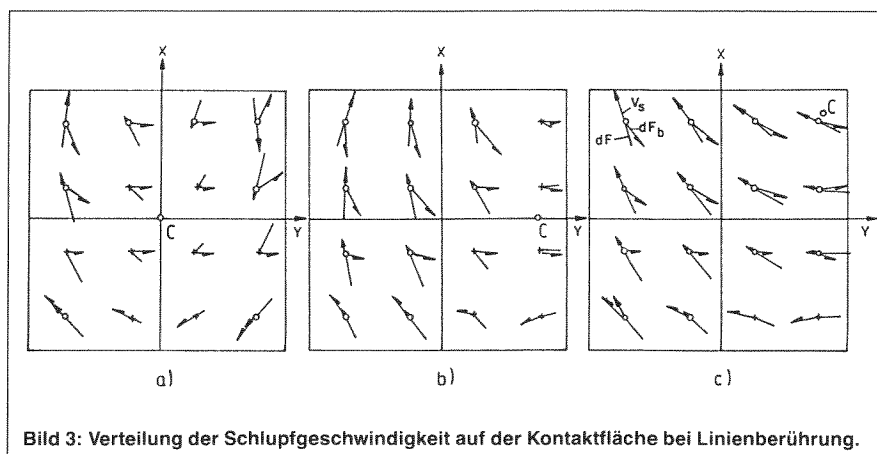


Bild 3: Verteilung der Schlupfgeschwindigkeit auf der Kontaktfläche bei Linienberührung.

Angriffspunkt der elementaren Reibungskraft dF , dessen Komponenten $-dFx$ und dFy sind.

x^*, y^* - die Koordinaten des Angriffspunktes der elementaren Reibungskraft in paralleler und senkrechter Richtung zur Schiene.

Wenn angenommen wird, daß

$$v_s(x, y) = (L_x \cdot F_x, L_y \cdot F_y) \quad (9)$$

wo L_x und L_y , von der Umlaufgeschwindigkeit v sowie vom Werkstoff des Laufrades und der Schiene abhängige Parameter sind, dann erhält man eine vereinfachte Methode für die Berechnung der Kopplungsparameter Laufrad/Schiene. Bei Anwendung dieser Methode ist es möglich, auf Kosten der Genauigkeit die Rechenzeit bedeutend zu kürzen.

Die drei vorgestellten Methoden wurden bei der Bestimmung der Kopplungsparameter im Fall Laufrad/Schiene angewendet, sie betreffen also eine Punktberührung. Bei Reibgetrieben wird solcher Kontakt selten auftreten, so daß die nach den vorgestellten Methoden ausgearbeiteten Rechenprogramme eine begrenzte Anwendung haben. Rechenprogramme, die sich auf die genaue Methode von Kalker stützen, benötigen eine sehr lange Rechenzeit und die Berechnungen sind oft nicht konvergent. Die Zugänglichkeit der Programme ist dazu nur auf Bestellung möglich [6].

3. Das kinematische Gesetz der Reibung

Um den Einfluß des elastischen Schlupfes auf den Mechanismus der Kopplung

von Reibrädern zu untersuchen, wurde ein Algorithmus angenommen, den der Verfasser zum ersten Mal in [7] veröffentlicht hat. In dem Algorithmus wird

vorausgesetzt, daß die tatsächliche Schlupfgeschwindigkeit im Kontakt von Reibrädern so berechnet wird, daß zu der Geschwindigkeit des geometrischen Schlupfes die Geschwindigkeit des elastischen Schlupfes addiert wird. Der elastische Schlupf resultiert aus der Differenz der Verlagerungen, die von allen mit Ausnahme der elementaren Reibungskraft - auf den analysierten Punkt wirkenden Kräften verursacht wird. Von der so bestimmten Summe wird die Geschwindigkeit des, von der elementaren Reibungskraft verursachten, elastischen Schlupfes abgezogen. Die berechnete Summe der Schlupfgeschwindigkeiten bezeichnet die Richtung und den Sinn des tatsächlichen Schlupfes und der elementaren Reibungskraft. Ist sie größer als die berechnete Geschwindigkeit des elastischen Schlupfes, den die elementare Reibungskraft verursacht, dann stellt die tatsächliche Schlupfgeschwindigkeit im Berührungspunkt die Differenz der genannten Schlupfgeschwindigkeiten dar. Tritt nicht der Fall auf, dann bedeutet es ein Schlupfeschwind, wobei sich der Wert der elementaren Reibungskraft um das Verhältnis der o. g. Geschwindigkeiten verkleinert.

Das Modell der Kopplung von Reibrädern, das den elastischen Schlupf berücksichtigt, wurde im Bild 1 dargestellt. Mit v_0 ist die Geschwindigkeit des geometrischen Schlupfes bezeichnet

$$v_0 = \varrho \cdot \omega_0 \quad (10)$$

wo ϱ der Radiusvektor ist. Mit v_b dagegen ist die berechnete Geschwindigkeit des elastischen Schlupfes bezeichnet.

$$v_b = v \frac{-\bar{u}_b}{d_x} \quad (11)$$

$$\bar{u}_b = \bar{u}_{b1}(x^*, y^*) + \bar{u}_{b2}(x^*, y^*) \quad (12)$$

die Summe der Verlagerungsdifferenzen der Mittelpunkte von benachbarten elementaren Kontaktflächen bedeutet. Die Verlagerungsdifferenzen werden berechnet aus:

$$\bar{u}_{b1,2}(x^*, y^*) = \bar{u}'_{b1,2}(x^* - dx, y^*) \quad (13)$$

wobei im betrachteten Berührungs-

punkt die Verlagerungen aus der Gleichung

$$\begin{aligned} \bar{u}_{b1,2}(x^*, y^*) = \\ \bar{u}_{1,2}(x^*, y^*) \triangleq \bar{u}_{o1,2}(x^*, y^*) \end{aligned} \quad (14)$$

bestimmt werden.

Es bedeuten:

– $\bar{u}_{b1,2}(x^*, y^*)$ – die tatsächliche tangentielle Verlagerung des Mittelpunktes einer elementaren Berührungsfläche auf dem Rad 1 bzw. 2

– $\bar{u}_{o1,2}(x^*, y^*)$ – die von der elementaren Reibungskraft verursachte tangentielle Verlagerung des Mittelpunktes, die den elastischen Schlupf bestimmt, der im Bild 1 mit v_o bezeichnet ist.

$$v_o = v \frac{\bar{u}_o}{d_x} \quad (15)$$

wo $\bar{u}_o = \bar{u}_{o1} \triangleq \bar{u}_{o2}$, die Summe der Verlagerungen des Mittelpunktes einer elementaren Berührungsfläche bedeutet, die von der elementaren Reibungskraft verursacht wurde.

– \bar{u}_{o1} und \bar{u}_{o2} – die elastischen Verlagerungen des Mittelpunktes einer elementaren Berührungsfläche bezeichnen, die von der elementaren Reibungskraft auf dem Rad 1 und 2 verursacht wurden. Die grundlegende Festlegung der vorgeführten Methode ist die, daß bei der Bestimmung der tatsächlichen Schlupfgeschwindigkeit der von der elementaren Reibkraft verursachte elastische Schlupf berücksichtigt wird. Die Festlegung könnte man als kinematisches Gesetz der Reibung bezeichnen, ähnlich zu dem Gesetz von Coulomb, welches den Zusammenhang zwischen den Kräften bei Gleitreibung bestimmt und so in seinem Wesen ein dynamisches Gesetz der Reibung ist.

Die Anwendung des kinematischen Gesetzes der Reibung hat das Iterationsverfahren der numerischen Berechnung der Kopplungsparameter wesentlich vereinfacht und die Rechenzeit bedeutend gekürzt. Dank der Vereinfachung der Berechnungen war es auch möglich, die auf die Kontaktfläche wirkenden Trägheitskräfte zu berücksichtigen in der Art und Weise, wie es zum ersten Male in [9] beschrieben wurde. Im Bild 1 wurden die Trägheitskräfte mit dF_b bezeichnet.

Sie werden berechnet aus:

$$dF_{b1,2} = \frac{f_{1,2}}{4} \cdot \frac{\partial^2 u_{b1,2}(x^*, y^*)}{\partial t^2} dS \quad (16)$$

wo $f_{1,2}$ – Dichte des Werkstoffes der aktiven Oberfläche des Reibrades bedeutet.

Der vorgeführte Mechanismus der Kopplung von Reibrädern wurde bei der numerischen Analyse der Kopplung von Reifen und Fahrbahn angewendet. Die Ergebnisse wurden in [12] veröffentlicht. Er kann auch als Modell der Kopplung Laufrad/Schiene dienen, der besonders nützlich ist bei der Berechnung von Kräften der Reibkopplung bei schnellen Schienenfahrzeugen,

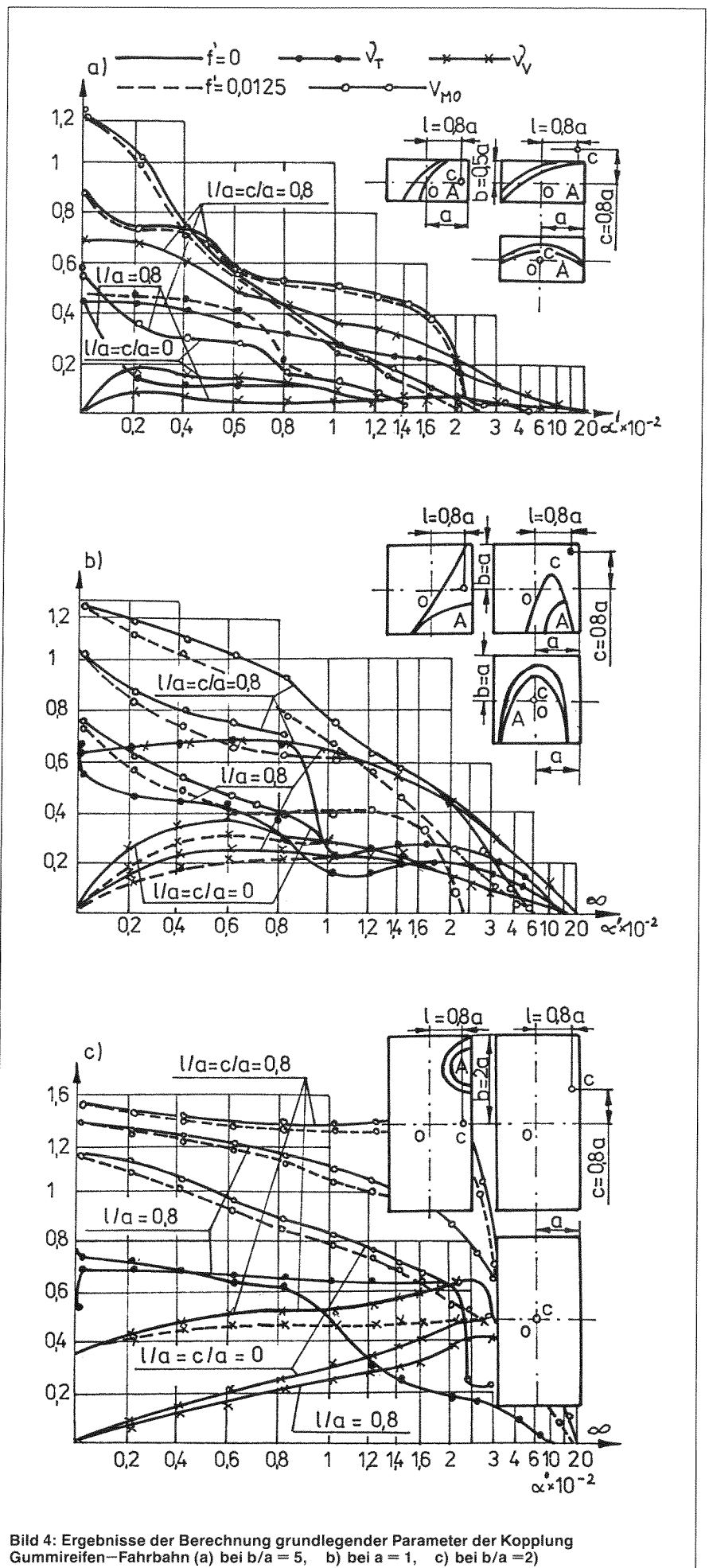


Bild 4: Ergebnisse der Berechnung grundlegender Parameter der Kopplung Gummireifen–Fahrbahn (a) bei $b/a = 5$, b) bei $a = 1$, c) bei $b/a = 2$)

wo die Trägheitskräfte auf der Berührungsfläche besonders groß sind.

4. Einfluß des elastischen Schlupfes auf die Parameter der Kopplung von Reibrädern und von Gummireifen mit der Fahrbahn

Der elastische Schlupf wird meistens bei der Berechnung der Kopplungsparameter von Reibrädern vernachlässigt. Eine Ausnahme sind hier die Untersuchungen des Wälzkontaktes Laufrad/Schiene. Den Kontakt nennt man Punktkontakt, obwohl die Berührung auf einer elliptischen Fläche stattfindet.

Im Fall sehr kleiner Bohrreibungsschnecke wird der geometrische Schlupf durch den elastischen Schlupf auf der ganzen Berührungsfläche nivelliert, trotzdem der von der Kopplungskraft verursachte Schlupf vorhanden ist.

Die Berechnung der Kopplungsparameter in den allgemein bekannten stufenlosen Reibgetrieben benötigt Methoden, die den Schlupf berücksichtigen. Zu solchen Methoden gehört die im Punkt 2 beschriebene Methode, die sich auf das kinematische Gesetz der Reibung stützt. Es ist eine analytische Methode, für die ein Rechenprogramm erarbeitet wurde, das im Iterationsverfahren die Berechnung der Kopplungsparameter von Reibrädern im Wälzkontakt bei Punktberührung ermöglichte [7]. Im Programm wurde die numerische Integration angewendet, wobei die Integration nicht nur über die ganze Berührungsfläche sondern auch über elementare Flächenelemente durchgeführt wurde. Die Abmessungen und Form der Flächenelemente waren variabel, abhängig von der Lage des Elementes auf der Berührungsfläche.

Die Ergebnisse der analytischen Untersuchungen haben die Brauchbarkeit der angewendeten Methode bestätigt und waren konvergent mit den Ergebnissen, die Kalker und andere Forscher der Erscheinungen im Wälzkontakt Laufrad/Schiene erhalten haben. Im Verhältnis zum Kontakt Laufrad/Schiene wird bei Reibgetrieben am häufigsten eine Linienberührung vorkommen. Solcher Kontakt wird auch zwischen zwei Reibrädern auftreten, von denen ein Rad mit elastischem Reibbelag versehen ist. Der Elastizitätsmodul des Stahlrades ist tausend und mehrmals größer als der des Belages, was bei der Analyse der Kopplung die Vernachlässigung der Verformung des Stahlrades zuläßt. Im Fall Gummireibbeläge ist die Poisson-Zahl $\nu = 0,5$ und die Berücksichtigung des elastischen Schlupfes unentbehrlich. Die Annahme der o. g. Voraussetzungen vereinfacht die Berechnungen und kürzt die Rechenzeit bedeutend. Das vereinfachte Rechenmodell und die Anwendung von Mikrorechnern mit schnellen kompilierenden Programmen in „Fortran“ haben es ermöglicht, die Berechnungen der Kopplungsparameter

bei Berücksichtigung sowohl des elastischen Schlupfes als auch der Trägheitskräfte durchzuführen. Die numerischen Analysen wurden für Wälzkontakte mit Linienberührung [9] wie auch für den Fall Punktberührung [10] durchgeführt. Wird das Differenzverfahren angewendet, so kann man wie in [11] voraussetzen, daß:

$$v_o = \frac{u_{o1} + u_{o2}}{\Delta t} \quad (17)$$

$$\text{wo } \Delta t = 2 \frac{\Delta x}{v} \text{ ist, und} \quad (18)$$

Δx — die Hälfte der Länge des Flächenelements auf der Berührungsfläche bedeutet.

Wird, zwecks Vereinfachung der Berechnungen angenommen, daß von zweien ein Reibrad unendlich steif ist — daß das Flächenelement ein Quadrat ist —, und die elementare Reibungskraft ΔF das Flächenelement gleichmäßig mit einer tangentialen Spannung $p \cdot \mu$, entlang der x-Achse belastet, so wird die Gleichung von Lowe folgende, vereinfachte Form erhalten:

$$u_o = \frac{2p\mu(1+\nu)}{E} \int_{-\Delta x}^{\Delta x} \int_{-\Delta x}^{\Delta x} \frac{x^2 + (1-\nu)y^2}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}} dx dy, \quad (19)$$

Nach dem Integrieren dieser Gleichung erhält man:

$$u_o = \frac{8p\mu(1+\nu) \cdot (2-\nu)\Delta x}{\pi \cdot E} \operatorname{arcsch} 1 = \frac{8p\mu(1+\nu) \cdot (2-\nu)\Delta x}{\pi \cdot E} \ln(\sqrt{2}+1), \quad (20)$$

Wird die Verformung u_o dividiert durch Δt , so erhält man die Beziehung, die die Berechnung der Geschwindigkeit des elastischen Schlupfes ermöglicht, den die elementare Reibungskraft verursacht:

$$v_o = \frac{4p\mu(1+\nu) \cdot (2-\nu)\Delta}{\pi \cdot E} \operatorname{arcsch} 1 = 1,1221996 \frac{p\mu(1+\nu) \cdot (2-\nu)v}{\pi \cdot E} \quad (21)$$

Laut (21) ist die Schlupfgeschwindigkeit von der Größe des elementaren Kontaktfeldes unabhängig; man kann also vermuten, daß sie auch für einen Berührungspunkt gilt. Solche Feststellung kann als Lemma bei dem Beweis der Billigkeit des kinematischen Gesetzes der Reibung dienen.

Werden nach Niemann [14] die Werte für die Reibungszahlen und die zulässigen Drücke bei trocken arbeitenden Reibgetrieben angenommen, so können folgende, von der elementaren Reibungskraft verursachte, maximale Schlupfgeschwindigkeiten berechnet werden:

$v_{o,max} = 0,018476v$ — für die Paarung Tekstolit-Stahl (bei $p_{max} = 149$ MPa, $\mu = 0,4$, $\nu = 0,3$ und $E=8000$ MPa)

$v_{o,max} = 0,3222v$ — für die Paarung Gummi/Stahl (bei $p_{max} = 6,38$ MPa, $\mu = 0,8$, $\nu = 0,5$ und $E = 40$ MPa),

die ohne Berücksichtigung der Verformung des Stahlrades erhalten wurden.

Im Fall wenn ein Reibtrieb zwei Stahlräder bilden, für die $P_{max} = 3936$ MPa, $\mu = 0,2$, $\nu = 0,3$ und $E_v = 2,1 \cdot 10^5$ MPa angenommen wird, erhält man, daß $v_{o,max} = 0,018593 v$ für die Paarung Stahl/Stahl ist.

Die erhaltenen Ergebnisse zeigen den wesentlichen Einfluß der Umfangsgeschwindigkeit auf die Schlupfgeschwindigkeit im Berührungspunkt der Reibräder und indirekt auch die Brauchbarkeit des kinematischen Gesetzes der Reibung für die Berechnung der Schlupfgeschwindigkeit, besonders im Fall Reibräder mit Gummibelag.

Auf der Grundlage der Überlegungen [9, 10, 11, 12] wurde angenommen, daß die elementare Trägheitskraft proportional zu der Größe des Flächenelements ist. Es wurde auch vorausgesetzt, daß über die von den Trägheitskräften verursachten Verlagerungen nur die Längswellen entscheiden, was besonders im Kontakt Gummi-Stahl gilt.

Die Volumenbeständigkeit von Gummi ermöglicht dagegen die Annahme der Voraussetzung der unendlich großen

Geschwindigkeit der Wellenausbreitung. Dies hat ermöglicht, die Zeit als unabhängige Variable zu eliminieren, was die Erwägungen wesentlich vereinfachte und die Rechenzeit gekürzt hat.

Die im Bild 2a, 2b und 2c dargestellten Diagramme zeigen die berechneten Parameter der Kopplung von Reibrädern als Funktion eines dimensionslosen Koeffizienten,

$$\alpha' = \frac{40 \cdot \mu \cdot p_o \cdot v}{a \cdot E \cdot \omega_o} \quad (22)$$

die bei zwei verschiedenen Werten eines dimensionslosen Dichteparameters

$$f' = \frac{f \cdot v^2 \cdot \mu}{4 \Pi \cdot G} \quad (23)$$

ermittelt wurden.

Die im Bild 2 auftretende Bezeichnung v_o entspricht einem dimensionslosen Verlustleistungsparameter

$$v_o = \frac{P_t}{\mu \cdot a \cdot F_N \cdot \omega_o} \quad (24)$$

Die im Bild 2 gezeigten Werte wurden bei $\mu = \text{const}$ und elliptischer Pressungsverteilung p auf der Kontaktfläche bei Linienberührung berechnet. Es ist zu sehen, daß der elastische Schlupf einen entscheidenden Einfluß auf den Wert der Kopplungsparameter hat. Die Trägheitskräfte verstärken noch den Einfluß, verkleinern dagegen v_0 und haben fast keinen Einfluß auf v_T und v_v , wobei v_v der Ausnutzungsgrad der Reibungskraft in der Richtung der Mantellinie bedeutet. In den rechten oberen Ecken der einzelnen Bilder wurden verschiedene Formen der Berührungsfelder aufgezeichnet auf denen die Bereiche der Adhäsionskontakte aufgetragen sind, die vom elastischen Schlupf bestimmt werden. Die Bereiche sind mit A gekennzeichnet, sie wurden bei $\alpha' = 101$ ermittelt. Wächst der α -Wert, so vergrößern sich auch die Bereiche der schlupflosen Berührung, die größer sind bei $f' = 0,00125$ als im Fall wenn $f' = 0$.

Im Bild 3 ist die Verteilung der Schlupfgeschwindigkeit v_s und der elementaren Reibungskräfte dF sowie Trägheitskräfte dF_b im quadratförmigen Berührungsfeld dargestellt, die unter Annahme der im Bild 2b angegebenen Parameter ermittelt wurde. Im Bild 3a ist der Einfluß des elastischen Schlupfes auf den Mechanismus der Kopplung bei Reibrädern zu erkennen. Ähnlich wie die Schlupfgeschwindigkeit v_s , die die Deviation c des Wälzpunktes C verursacht, wird der elastische Schlupf die Geschwindigkeitspole des Schlupfes senkrecht zur Linienberührung der Reibräder verschieben. Daraus resultiert die Kraftkomponente der Reibkopplung F_v , die in ähnlicher Weise wie der Schlupf das Verändern der Übersetzung bzw. der Windschiefigkeit der Reibräderaxen verursacht. Die Trägheitskräfte bestimmen die Richtung und den Wert der elementaren Reibungskräfte dadurch, daß sie die Geschwindigkeit und die Richtung des elastischen Schlupfes ändern. In der Nähe von den momentanen Schlupfpolen, wirken die Trägheitskräfte in entgegengesetzter Richtung zu den elementaren Reibungskräften; bei größerer Entfernung dagegen, sind die Kräfte gleichgerichtet.

Die im Bild 4 und 5 dargestellten Werte der Kopplungsparameter (Bild 4) und die Verteilung der Schlupfgeschwindigkeiten (Bild 5) wurden unter Annahme ermittelt, daß der Anpreßdruck auf der ganzen Berührungfläche zwischen Radial-Reifen und Laufbahn gleich ist, was von Konstrukteuren solcher Reifen angestrebt wird.

Beim Vergleichen der Bilder 4 und 2 kann man feststellen, daß bei schmalen Berührungsfeldern ($b/a = 0,5$ und 1) der elastische Schlupf einen stärkeren Einfluß auf die Kopplung Reifen/Laufbahn hat als bei Reibrädern, wobei die Trägheitskräfte einen schwächeren

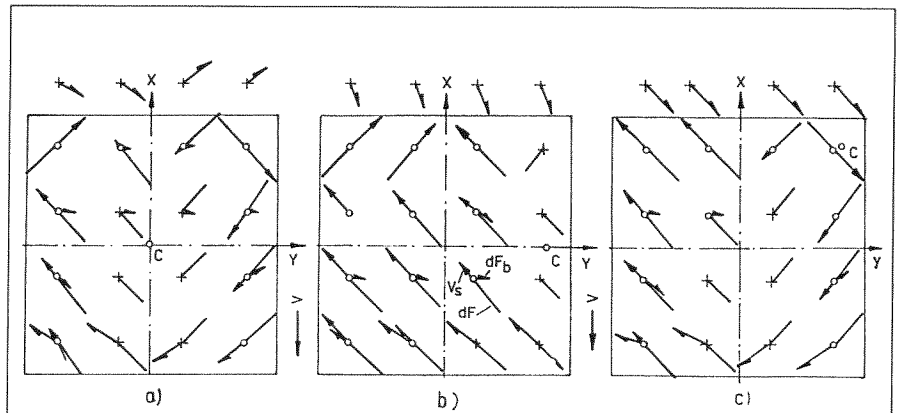


Bild 5: Verteilung der Schlupfgeschwindigkeit auf der quadratförmigen Kontaktfläche Reifen/Fahrbahn.

Einfluß haben. Im breiten Berührungsfeld sind die Verhältnisse umgekehrt. Wesentlich größere Unterschiede gibt es in der Verteilung der elementaren Kräfte auf dem Berührungsfeld, was aus dem Vergleich der Bilder 3 und 5 zu erkennen ist. Bemerkenswert ist, daß im Gegenteil zum Kontakt von Reibrädern die größten Trägheitskräfte auf der Vorderkante und außerhalb der Austrittskante der Berührungsfeld-Reifen/Laufbahn auftreten. Es wird durch die sprungartige Änderung der Spannungen und dadurch auch der Verlagerungen, die auf den Kanten auftreten, verursacht.

5. Zusammenfassung

Am Beispiel eines Kopplungsmodells von Reibrädern wurde der Mechanismus der Reibkopplung vorgeführt, in dem nicht nur der geometrische und elastische Schlupf, sondern auch die Wirkung der Trägheitskräfte in der Kontaktzone berücksichtigt werden. Die beschriebene Methode der Bestimmung der Lage des Wälzpunktes ermöglicht die Ermittlung der Kopplungsparameter bei beliebiger Form der Kontaktfläche von Reibrädern. Bei Anwendung des vom Autor verfaßten kinematischen Gesetzes der Reibung ist es möglich, auch den Einfluß der durch die Verformungen in der Kontaktzone verursachten Trägheitskräfte auf die Kopplungsparameter zu berücksichtigen. Die Erläuterung des Wesens des Gesetzes sowie der Beweis seiner Billigkeit und Brauchbarkeit bilden den Hauptteil des Aufsatzes. Als Anwendungsbeispiele des Gesetzes wurden auch Ergebnisse einer numerischen Analyse der Kopplungsparameter bei Reibrädern und im Kontakt Reifen/Fahrbahn vorgeführt.

Literatur

[1] Haines, D. J. und Orlerton, E.: Contact stress distributions on elliptical contact

surfaces subjected to radial and tangential forces. Proc. Inst. Mech. Engrs. Vol. 177, (1963) 95-114

[2] Johnson, K. L.: The effect of a tangential contact force upon the rolling motion of an elastic sphere upon a plane. Journal Applied Mechanics, 15 (1958), 339-346

[3] Johnson, K. L.: The effect of spin upon the rolling motion of an elastic sphere upon a plane. Journal Applied Mechanics, 25 (1958), 332-338

[3] Johnson, K. L.: The influence deformation upon the motion of a ball rolling between two surfaces. Proc. Inst. Mech. Engrs. 173 (1959) 795

[5] Kalker, J. J.: Survey of rail contact theory. Vehicle System Dynamics 5 (1979) 317-358

[6] Kalker, J. J.: The contact between wheel and rail. Conference on Theoretical and Experimental Foundation of Life Prediction of Pair Wheel-Rail, Spała (1987) Vol. 1.2

[7] Koziarski, Cz.: The modelling of the friction process of friction wheels. 3rd International Tribology Congress EURUTRIB 81, Warszawa, WSI Radom (1981) Vol. 1/A 227-232

[8] Koziarski, Cz.: Effekt of the longitudinal slip on the friction wheel coupling mechanism. EUROTRIB 85, Ecully - France, Elsevier (1955) Vol. III, 5, 1-5

[9] Koziarski, Cz.: Friction wheels coupling modelling. 13th Conference on "Models in Designing an Constructions of Machines". Politechnika Śląska Z. 92, Gliwice (1989) 141-146

[10] Koziarski, Cz.: The mechanism of friction wheels coupling. 5th International Tribology Congress EURUTRIB 89, Espoo Helsinki (1989) 151-156

[11] Koziarski, Cz.: Application of kinematic law of friction in the investigation on the phenomena occurring in contact surface of elastic bodies. 3rd International Symposium INSYCONT Kraków 25-27 September 1989, Publisher AMM, 375-389

[12] Koziarski, Cz.: Proceeding of Japan International Tribology Conference Nagoya, 1990. Referat pt "A kinematic law of the proof and possible applications", 1473-1478

[13] Lutz, O.: Grundsätzliches über stufenlos verstellbare Wälzgetriebe. Konstruktion 7 (955) Heft 9, 330, Konstruktion 9 (957) Heft 5, 169, Konstruktion 11 (955) Heft 9, 425

[14] Niemann, G.: Maschinenelemente Bd. 2 Springer, Berlin (1961) 240

[15] Thomas, W.: Reibscheiben - Regelgetriebe. Braunschweig Vieweg u. Sohn (1954)

[16] Wernitz, W.: Friction at hertian contact with combined roll and twist. Rolling Contact Phenomena, Elsevier (1962) 132-156

Einfluß der Wälzflächenrauheit

Franz Prexler, Einfluß der Wälzflächenrauheit auf die Grübchenbildung vergüteter Scheiben im EHD-Kontakt. Diss. 1990, Technische Universität München

In systematischen Lebensdaueruntersuchungen mit Scheiben der Werkstoffpaarungen 42CrMo4V-42CrMo4V und 42CrMo4V-100Cr6 werden bei definierter Wälzflächenrauheit Einflüsse von Rauhtiefe, Struktur und Strukturorientierung in ihrer Wirkung auf EHD-Parameter und Lebensdauer bei Grübchenbildung aufgezeigt. Zur Beurteilung der Versuchsergebnisse und zum Verständnis beobachteter Effekte werden begleitend umfangreiche Messungen und Rechnungen durchgeführt.

Messungen zum Einfluß der Molekularstruktur des Schmierstoffs auf die Reibungszahl zeigen bei glatten Wälzkontakten mit zunehmender Massentemperatur bei langsamer, hydrodynamisch wirksamer Geschwindigkeit einen Anstieg, bei hoher, hydrodynamisch wirksamer Geschwindigkeit einen Abfall der Reibungszahl.

Messungen zum Einfluß der Rauheit auf die Reibungszahl zeigen, daß zunehmende Wälzflächenrauhtiefe und „scharfe“ Struktur in Abhängigkeit der Betriebsparameter zunehmende Reibungszahl bewirken.

Rauheitsmessungen der Wälzflächen zeigen lastspielabhängige Veränderungen in Rauhtiefe und Struktur als Funktion von Strukturorientierung und Bettungsfähigkeit der Wälzfläche.

Rauheitsmessungen zum Verformungsverhalten bei Wälzbeanspruchung zeigen in Rauhtiefe und Struktur deutliche Abhängigkeit von Betriebsbedingungen und Strukturorientierung.

Rollversuche mit rauhen Oberflächen bei unterschiedlichem Schmierzustand führten zu der Erkenntnis, daß im Kontakt rauher Wälzflächen ein hydrostatischer Kontaktzustand vorliegen kann, soweit ausreichendes Schmierstoffvolumen gegeben ist, jedoch in Ermangelung eines Schmierfilms auch bei technisch reinem Rollen innerhalb weniger Lastspiele eine Einförmigkeit der Rauheitserhebungen erfolgt.

Härtemessungen im äußersten Randbereich ($t \leq 0,15 b_H$) zeigen bei lokaler Überlastung im Mikro-Bereich deutliche Aufhärtung in Abhängigkeit von der Rauheit.

Aus zahlreichen Mikrohärtmessungen ist zu folgern, daß die Voraussetzung für meßbare Randaufhärtung ungünstige Bedingungen von Wälzflächenfein- und Schmierfilmdicke sind.

Unabhängig von Rauheitsstruktur und -orientierung bildet sich bei Bettungs-

higen Wälzflächen in allen Paarungen mit rauhem harten Wälzpartner unmittelbar unter der Oberfläche ein zweites Härtemaximum. Dessen Wert hängt ab von Rauhtiefe, Laufzeit und Einlauf- bzw. Ausgangsbedingungen.

Die Begründung örtlich hoher Beanspruchung ist in einem nur unzureichend ausgebildeten, hydrostatischen, viskoelastisch tragenden Schmierfilm zu sehen.

In Wälzpaarungen mit glattem, harten Wälzpartner kann weder für longitudinale, noch für transversale Strukturorientierung eine Aufhärtung im randnahen Bereich rauher Prüfscheiben mit Rauhtiefen $t/1-R_a (s^-)_0 = 0,03 \dots 3,0 \mu\text{m}$ festgestellt werden.

Messungen randnaher Eigenspannungstiefenverläufe an geschliffenen Prüfscheiben zeigen in tangentialer und axialer Richtung deutliche Abhängigkeit von Schleifprozeß und Rauhtiefe.

Rechnungen belegen, daß Eigenspannungen aus der Fertigung in rauhen Wälzkontakten den Spannungszustand während der ersten Lastspiele derart nachhaltig beeinflussen können, das infolge der einsetzenden Ribkeimbildung die Lebensdauer abnimmt, wenn die Einlaufphase gegenüber stationärem Betriebszustand als schädigungsbestimmend zu sehen ist.

In einer Analyse der zahlreichen Rauheitskenngrößen können neben dem arithmetischen Mittenrauhwert als Kennwert für die Rauhtiefe eines Profils funktionsbezogene Rauheitskennwerte der Materialanteilkurve als schadensrelevant erkannt werden. Die integrale Beschreibung erfaßt alle Profilanteile und ermöglicht so über die Bildung von Strukturparametern den Grad der plateauartig ausgebildeten Rauheitsstruktur zu beschreiben.

Es wird auf der Grundlage der Traganteilkurve ein Kontaktmodell entwickelt, um unter Berücksichtigung des jeweiligen Strukturcharakters die Tragfähigkeit technisch rauher, stochastischer Wälzflächenprofile abzuschätzen. Die Anwendbarkeit wird an Beispielen unterschiedlicher Rauheitsstrukturen aus Lebensdaueruntersuchungen erläutert.

Als wesentliche Ergebnisse umfangreicher Lebensdaueruntersuchungen mit rauhen Wälzflächen transversaler Strukturorientierung der Werkstoffpaarung 42CrMo4V-100Cr6 kann zusammengefaßt werden:

Es bestätigt sich die Annahme, daß Rauhtiefe, Struktur und Strukturorientierung des Wälzflächenprofils in einem weiten Bereich spezifischer Filmdicke nachhaltigen Einfluß auf die Lebensdauer bei Grübchenbildung haben.

Wird ein kritischer Wert der Rauhtiefe von hartem oder weichem Wälzpartner überschritten, so ist dies ausreichend, um den Grübchenschaden zu bewirken. Eine Oberflächenverbesserung des jeweiligen Wälzpartners führt dabei zu keiner signifikanten Lebensdauersteigerung. Liegen beide Wälzflächen unterhalb des kritischen Wertes von hartem oder weichem Wälzpartner, führt eine Reduzierung von Ausgangsrauhtiefe des weichen Wälzpartners oder Rauhtiefe des harten Wälzpartners zu einer Lebensdauererhöhung, die von der Rauhtiefe des jeweiligen Wälzpartners abhängt.

Wälzflächen einlauffähiger Werkstoffe hoher Rauhtiefe haben unabhängig von ihrer Strukturorientierung örtliche Überbeanspruchung während der Einlaufphase zur Folge. Dieses führt in der Folge mit ausreichender Ermüdung des Werkstoffs zur frühzeitigen Einleitung des Grübchenmechanismus.

Neben lokaler Überbeanspruchung während der Einlaufphase wirkt bei Rauheitsstrukturen quer zur Wälzbeanspruchung zusätzlich in Folge des weit geringeren Einlaufgrades eine aus der höheren Betriebsrauhtiefe überlagerte Dauerbeanspruchung lebensdauerermindernd.

Als maßgeblich schadensrelevant für die Lebensdauer bei Grübchenbildung ist unter Berücksichtigung von Struktur und Strukturorientierung die Betriebsrauhtiefe anzusehen.

Für gleichartig plateauartige Rauheitsstrukturen transversaler Orientierung ergibt sich bei gleichen Betriebsparametern die mittlere Lebensdauer bei Grübchenbildung direkt proportional zur spezifischen Filmdicke Λ_B .

Nach Messungen ergibt sich mit zunehmender Wälzflächenrauhtiefe vergleichbar plateauartiger Struktur eine ebenfalls proportional zunehmende Reibungszahl.

Diesem entsprechend bewirkt eine allein aufgrund steigender Rauhtiefe zunehmende Reibungszahl eine Abnahme der mittleren Lebensdauer. Sie erfolgt umgekehrt proportional zur Reibungszahlzunahme gegenüber dauerhaft ertragbarer Schubbeanspruchung.

In Lebensdaueruntersuchungen bei gleicher spezifischer Filmdicke Λ_B wurde der Einfluß von Rauhtiefe und Schmierfilmdicke entkoppelt und der jeweilige Einfluß auf die Lebensdauer dargestellt. Eine alleinige Betrachtung der spezifischen Filmdicke reicht nicht aus, um die lebensdauerbeeinflussende Wirkung sich ändernder Schmierfilmdicke zu beschreiben, wenn sich dadurch weitere Beanspruchungsparameter, wie etwa die Reibungszahl, ändern.